



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A VIII-a

Soluții și bareme de corectare

SUBIECTUL I (40 de puncte)

Subiect	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspuns corect	A	E	B	C	B	D	C	E	B	B
	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p

SUBIECTUL II (25 de puncte)

Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are dimensiunile $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 5$ cm.

a) Calculați suma ariilor fețelor paralelipipedului.

b) Arătați că triunghiul ACC' este isoscel.

c) O furnică vrea să ajungă din punctul A în punctul C' , mergând pe fețele paralelipipedului. Aflați lungimea minimă a drumului parcurs de furnică.

Supliment Gazeta Matematică nr. 11 / 2025

Soluție.

Paralelipipedul dreptunghic are 3 perechi de fețe opuse, cu ariile:

- $ABCD$ și $A' B' C' D'$: $AB \cdot BC = 3 \cdot 4 = 12$ 3p
- $ABB' A'$ și $CDD' C'$: $AB \cdot AA' = 3 \cdot 5 = 15$ 3p
- $BCC' B'$ și $DAA' D'$: $BC \cdot AA' = 4 \cdot 5 = 20$ 3p

Suma ariilor tuturor fețelor este $S = 2(12 + 15 + 20) = 2 \cdot 47 = 94$ cm² 2p

b) Diagonala bazei: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ cm 4p

$CC' = AA' = 5$ cm, deci $AC = CC' = 5$ cm, așadar triunghiul ACC' este isoscel, cu baza AC' 2p

c) Furnica merge pe fețele paralelipipedului. Drumul minim se obține prin desfășurarea a două fețe alăturate într-un dreptunghi și trasarea diagonalei. Posibilitățile de desfășurare sunt:

- dreptunghi cu dimensiunile $(3+4)$ și 5, având diagonala: $d_1 = \sqrt{(3+4)^2 + 5^2} = \sqrt{74}$ cm 2p
- dreptunghi cu dimensiunile $(3+5)$ și 4, având diagonala: $d_2 = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}$ cm 2p
- dreptunghi cu dimensiunile $(4+5)$ și 3, având diagonala este: $d_3 = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90}$ cm 2p

Cea mai mică valoare este: $d_1 = \sqrt{74}$ cm 2p



SUBIECTUL III (25 de puncte)

- a) Demonstrați că $\frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \in (1, \sqrt{2}]$, pentru orice numere reale $a, b > 0$.
- b) Aflați numărul natural n pentru care $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{1099} < \frac{1}{n}$.

Soluție.

- a) Vom arăta că $1 < \frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \leq \sqrt{2}$, pentru orice $a, b > 0$.

$$\frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}} > 1 \Leftrightarrow (a+b)^2 > a^2+b^2 \Leftrightarrow 2ab > 0, \text{ adevărat} \dots\dots\dots 6p$$

$$\frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow (a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2) \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0, \text{ adevărat} \dots\dots\dots 6p$$

- b) Notăm $S = \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{1099}$. Avem:

$$\frac{1}{1000} > \frac{1}{1100}; \frac{1}{1001} > \frac{1}{1100}; \dots; \frac{1}{1099} > \frac{1}{1100} \Rightarrow S > \frac{100}{1100} \Leftrightarrow S > \frac{1}{11} \dots\dots\dots 5p$$

$$\frac{1}{1000} = \frac{1}{1000}; \frac{1}{1001} < \frac{1}{1000}; \dots; \frac{1}{1099} < \frac{1}{1000} \Rightarrow S < \frac{100}{1000} \Leftrightarrow S < \frac{1}{10} \dots\dots\dots 5p$$

Din $\frac{1}{11} < S < \frac{1}{10}$ rezultă că $n = 10$ 3p